

Curriculum Vitae

Raphaël KRIKORIAN

1. Synthèse de la carrière :

Date et lieu de naissance: 22 avril 1968 à Reims (51)

Nationalité : Français.

- **DIPLOMES**

1998: Habilitation à diriger des Recherches, Université d'Orsay.

1996: Thèse sous la direction de Michel Herman, "Réductibilité des systèmes produits-croisés quasi-périodiques à valeurs dans des groupes compacts", Ecole Polytechnique, Très honorable avec félicitations du jury.

1991: DEA, dir. J. M. Coron and J. C. Yoccoz, Université d'Orsay.

1987- 1990: Ecole Polytechnique, Palaiseau, France; diplôme d'ingénieur de l'Ecole Polytechnique.

- **POSTES OCCUPÉS**

2015- : Professeur à l'Université de Cergy-Pontoise sur une Chaire LABEX MME-DII (2015-19) puis AAP CY Cergy Paris (2019-21). PRCE1 depuis 2016.

2008-2013 : Membre (junior) de l'Institut Universitaire de France.

2003- 2015 : Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie (Paris 6). PR1 en 2008. PIR de l'UPMC 2013-15.

2001-15 : Professeur à temps incomplet à l'Ecole Polytechnique

1995-2003 : Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées (ENSTA)

1994-95 : Post-doctorat à l'IMPA, Rio de Janeiro.

1990-2003 : Membre du "Corps des Ingénieurs de l'Armement" et membre du Centre de mathématiques de l'Ecole Polytechnique.

- **PRIX ET DISTINCTIONS**

2019-23 : PEDR

2019-21 : AAP CY Cergy Paris Université

2018 : Conférencier invité à l'ICM 2018, Rio de Janeiro.

2015-19 : Chaire d'excellence Labex MME-DII, Université de Cergy-Pontoise.

2008-13 : Membre (junior) de l'Institut Universitaire de France.

- **RESPONSABILITÉS**

- 2019-** Responsable du Master et du M2 de Mathématiques à CY Cergy Paris Université.
- 2016-** Co-organisateur du séminaire de dynamique IMJ-PRG.
- 2015-19** Coordinateur du projet ANR BEKAM (Beyond KAM Theory), Pôles Nice-Nantes-Paris, 15 personnes, 2015-2019, 305000 euros.
- 2011-15** Membre du C.N.U. (Conseil National des Universités) section 25, suppléant du Vice Président.
- 2010-15** Responsable du Séminaire de théorie ergodique, Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires, UPMC (Paris 6)
- 2009-15** Chef de l'équipe de Théorie ergodique au LPMA (Paris 6)
- 2008-15** Membre de la commission des Thèses, Paris 6.
- 2003-07** Membre du Conseil de l'UFR de Mathématiques Paris 6.

- **RESPONSABILITÉS ÉDITORIALES**

- 2018-** Editeur au *Journal of Dynamics and Differential Equations*.
- 2015-16** Editeur au *Bulletin de la Société Mathématique de France* et aux *Mémoires de la Société Mathématique de France*.
- 2013-17** Editeur au the *Journal de l'Ecole Polytechnique*.
- 2006-** Editeur au *Journal of Modern Dynamics*.
- 2006-15** Directeur du comité de rédaction du *Bulletin de la Société Mathématique de France* et des *Mémoires de la Société Mathématique de France*.

2. Activités pédagogiques :

2.1. Activité d'enseignement

J'ai enseigné à tous les niveaux du L1 au M2, devant des publics très variés et j'en ai souvent retiré une grande satisfaction.

J'ai débuté mon activité d'enseignement à l'ENSTA en 1995. J'y ai enseigné les petites classes du cours d'Analyse de Max Bézard jusqu'en 1999 puis j'ai créé et dirigé, pour l'enseignement de tronc commun, mon cours 'Linéarisation et stabilité des équations différentielles" (1999-2003). Il s'agissait d'un cours d'introduction à la théorie des équations différentielles (dans ses aspects dynamiques) et à la théorie de l'automatique.

A partir de 2001 j'ai été recruté comme professeur chargé de cours à temps incomplet à l'Ecole Polytechnique. J'y ai enseigné des petites classes d'analyse (cours de J.-M. Bony puis de J.-Y. Chemin), de systèmes dynamiques (cours de C. Viterbo) et de tronc commun (cours de P. Colmez). A partir de 2009 et jusqu'en 2015 j'ai repris le cours de systèmes dynamiques de C. Viterbo (une moitié de la promotion de 2ème année) ; plutôt que d'écrire un nouveau polycopié (celui de C. Viterbo était très adapté) j'ai décidé d'écrire une série de transparents très détaillés (les transparents en amphï en étaient la version courte). Les élèves disposaient ainsi du polycopié de C. Viterbo et de mes transparents. L'objectif du cours était d'introduire les outils et notions de base de la théorie des équations différentielles. Les méthodes se voulaient analytiques (linéarisation, méthode des perturbations) et géométriques (application de Poincaré, variétés stables/instables).

J'illustrais sur l'exemple du pendule forcé périodiquement un thème désormais classique en systèmes dynamiques qui est celui de la coexistence de mouvements quasi-périodiques et d'orbites chaotiques. J'ai également enseigné à l'Ecole Polytechnique un cours sur les systèmes hamiltoniens.

Quand je suis arrivé en 2003 à l'UPMC j'ai repris deux cours de probabilités de L3, un cours présentant les notions et théorèmes classiques de la théorie des probabilités, un autre plus appliqué sur les méthodes numériques, les chaînes de Markov et les statistiques et j'ai écrit un polycopié pour chaque cours. En parallèle j'ai créé et enseigné de 2003 à 2015 mon cours de M2 de théorie ergodique et j'ai écrit un polycopié. J'ai également enseigné pendant trois ans (2006-09) dans le magistère de l'ENS Ulm un cours de systèmes dynamiques (pour lequel j'ai également écrit un polycopié). En 2011 et 2013 j'ai enseigné un cours de M2 avancé sur les opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques. De 2013 à 2015 j'ai enseigné au niveau L1 en "sections renforcés" (pour les étudiants les plus faibles) et c'est une expérience dont je garde un bon souvenir car j'ai pu constater qu'une bonne proportion des étudiants avait fait des progrès substantiels. De 2015 à 2019 j'ai enseigné à l'université de Cergy-Pontoise un cours de M2 avancé sur les opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques, un TD sur le mouvement brownien et préparé les étudiants pour les leçons d'agrégation (externe et interne).

J'ai également enseigné à l'étranger (cf. rubrique *Rayonnement et activités internationales*)

2.2. Présentation synthétique des enseignements

Le volume horaire est en ETDS.

A L'UCP (2015-)

Niveau Master :

- M1 : TD Introduction au mouvement Brownien ; 1er sem. 2015-16, 18h, 10 étudiants.
- M2 : Introduction à la théorie spectrale des équations de Schrödinger quasi-périodiques 1D, 45h, 2015-19, 5 étudiants.
- Agrégation externe : leçons, 18h, 2016-18, 2019-, 6 étudiants.
- Agrégation interne : leçons, 18h, 2018-19, 25 étudiants.

A L'UPMC (2003-15)

Niveau Licence :

- L1 :
 - Algèbre linéaire (LM120). Analyse et Algèbre pour les sciences, cours 36h, 2004-05, 90 étudiants.
 - MIPI 1M001 : 1er sem. 2013-15, cours+TD, 54h, 30 étudiants.
- L2 : Probabilités et statistiques élémentaires (LM231) cours +TD ; 2nd sem. 2013-14, 60 étudiants
- L3 :

- Probabilités et statistiques (LM345). Introduction aux processus aléatoires. Cours, 36h, 60 étudiants, 2003-05.
- Simulation des chaînes de Markov (LM346). Cours, 36h, 60 étudiants, 2005-08.

Niveau Master :

- M1:
 - Equations différentielles et systèmes dynamiques, (Magistère ENS Ulm, 2006-09).
 - Introduction aux systèmes dynamiques (MM050) ; cours, 2005-08.
- M2 :
 - Introduction à la théorie ergodique (2004-09, 2010-) ; cours 36h, 10 étudiants.
 - Introduction à la théorie spectrale des équations de Schrödinger quasi-périodiques 1D (2010-11, 2012-13) ; cours 36h, 10 étudiants.
 - Introduction à la théorie des systèmes dynamiques hyperboliques (2014-15) ; cours+TD 54h, 10 étudiants.

A L'ECOLE POLYTECHNIQUE (2001-15)

- De 2001 à 2013, diverses Petites classes en Analyse, Systèmes dynamiques et en Algèbre.
- 2006-2009. J'ai enseigné un cours sur les systèmes hamiltoniens (MAT 551).
- De 2010 à 2015 j'ai enseigné la partie Systèmes dynamiques du cours de MAT431.

A L'ENSTA (1995-2003)

J'ai enseigné les Petites Classes du cours d'Analyse de Max Bézard à l'ENSTA puis de 1999 à 2003 mon cours "Linéarisation et stabilité des équations différentielles" de tronc commun. J'ai également conçu et enseigné un cours de mécanique hamiltonienne en 2002.

2.3. Rayonnement et activités internationales :

- Novembre-décembre 2021, série de 4 cours sur la théorie des difféomorphismes du cercle et les pseudo-rotations du disque au séminaire virtuel *Dynamics and Renormalization* du programme "Renormalization and universality in Conformal Geometry, Dynamics, Random Processes, and Field Theory" au Simons Center.
- Février-mai 2019, Nachdiplom ETH Zürich : cours sur les opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques.
- Septembre 2018, Nanjing, cours sur la renormalisation des difféomorphismes du cercle.

- Mai 2018, Cargèse, cours sur la linéarisation des difféomorphismes du cercle.
- Mai 2013, Mini cours sur les opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques au Chili.
- Août 2011, cours d'une semaine sur les opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques à l'Université de Nankin.
- Du février 2010, mini-cours sur les cocycles quasi-périodiques dans le cadre de la "School on periodic approximations on dynamics" à la Scuola Normale Superiore di Pisa
- Mars 2009, Cours de systèmes dynamiques à l'Université de Tsinghua (Beijing, China).

3. Activité scientifique :

3.1. Présentation des thématiques de recherche

Mon domaine de recherche est la théorie des systèmes dynamiques. Je m'intéresse au problème de la coexistence de solutions régulières (quasi-périodiques) et chaotiques (entropie positive, exposants de Lyapunov non-nuls) pour certains types de systèmes dynamiques.

Un outil très efficace pour attaquer le problème de l'existence de ces solutions quasi-périodiques est la théorie KAM (pour Kolmogorov-Arnold-Moser) qui est une généralisation puissante du théorème d'inversion locale. Le champ d'application de cette théorie est cependant limité par trois obstructions classiques : (i) c'est une théorie *perturbative (locale)* ; (ii) sa mise en oeuvre doit tenir compte de *petits diviseurs* qui sont souvent de nature arithmétique (conditions diophantiennes) ; (iii) le contrôle de ces petits diviseurs se fait souvent en excluant certaines valeurs d'un paramètre qui intervient naturellement dans le problème ce qui suppose un bon contrôle sur la façon dont varie ce paramètre (condition de *torsion* ou de transversalité).

Dans certains cas, il est possible de s'affranchir de ces limitations et c'est là un des thèmes important de mon travail. Par exemple, l'utilisation de techniques de *renormalisation* permet souvent de traiter des problèmes *non perturbatifs* inaccessibles par la technique KAM. C'est le cas dans l'étude des cocycles quasi-périodiques et dans l'étude des difféomorphismes du cercle et parfois du disque.

Je m'intéresse plus particulièrement ces derniers temps à la dynamique des systèmes hamiltoniens (conjecture d'Herman, formes normales de Birkhoff) et des difféomorphismes de l'anneau (régularité des bords des domaines d'instabilité de Birkhoff).

3.1.1. Cocycles quasi-périodiques et opérateurs de Schrödinger. – Un cas particulièrement intéressant où l'on peut souvent s'affranchir des obstructions précédentes est celui des cocycles quasi-périodiques. Un cocycle quasi-périodique est une dynamique fibrée au dessus d'un tore \mathbb{T}^d de la forme $(a, A) : \mathbb{T}^d \times G \rightarrow \mathbb{T}^d \times G$, $(a, A) : (x, y) \rightarrow (x + a, A(x)y)$ (on appelle a le vecteur des fréquences). Le groupe G peut être de dimension finie ($SU(2)$, $SL(2, \mathbb{R})$, $Sp(2n, \mathbb{R})$) ou de dimension infinie (un groupe de difféomorphismes) auquel cas on parle de cocycles non-linéaires. Une question naturelle est bien sûr de classer les cocycles quasi-périodiques à conjugaison près (les conjugaisons sont de la forme $(0, B)$ où $B : \mathbb{T}^d \rightarrow G$) et en particulier de savoir à quelle condition un cocycle donné est

réductible, c'est-à-dire conjugué à un système constant (A constant). Il est possible de démontrer qu'en l'absence d'hypothèses supplémentaires un cocycle quasi-périodique n'est en général pas réductible.

J'ai démontré dans [15] (ma thèse de doctorat) et [16] le théorème suivant :

Théorème 1 ([15], [16]) *Si a est diophantien et A_λ est une famille à un paramètre de cocycles suffisamment proche d'une famille constante ¹, l'ensemble des λ pour lesquels (a, A_λ) est réductible est de mesure de Lebesgue totale.*

Notons que la théorie KAM classique ne donne qu'un ensemble de mesure positive. J'ai pour cela introduit une notion de *transversalité à la Pyartli* qui permet de contrôler la façon dont les conditions de petits diviseurs dépendent du paramètre à chaque étape du schéma itératif KAM. Deux questions naturelles se posent alors, d'une part celle de la possibilité d'étendre ce type de résultat au cas *global* (cf. point (i) du paragraphe introductif), d'autre part celle de l'existence de résultat de réductibilité pour des fréquences *non-diophantiennes* (cf. point (ii) du paragraphe introductif). J'ai développé dans [14] (cf. aussi [17]) un schéma de renormalisation qui permet de ramener l'étude des cocycles quasi-périodiques à une fréquence à valeurs dans le groupe $SU(2)$ à une étude locale, soit au voisinage des constantes (auquel cas on peut utiliser la théorie KAM), soit au voisinage de cocycles non-réductibles (appelés obstructions) qui sont paramétrés par un entier positif non-nul, le degré. Le corollaire de cette étude est le résultat de densité suivant :

Théorème 2 ([14]) *Pour un ensemble de mesure totale de fréquences a , l'ensemble des $A \in C^\infty(\mathbb{T}^1, SU(2))$ pour lesquels (a, A) est réductible est dense (pour la topologie C^∞).*

Ce type de résultats a été étendu par mon étudiant Nikolaos Karaliolios au cas des groupes de Lie compacts.

Dans le cas où le groupe que l'on considère est $SL(2, \mathbb{R})$, un cas particulièrement intéressant puisqu'il intervient dans l'étude du spectre des opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques, j'ai démontré avec A. Avila en utilisant les techniques de renormalisation précédentes (cf. [12]) le résultat suivant :

Théorème 3 ([12]) *Soit $a \in \mathbb{T}$ récurrent diophantien², $A : \mathbb{T} \rightarrow SL(2, \mathbb{R})$ C^∞ ou réel analytique et R_λ la rotation d'angle λ . Pour presque tout $\lambda \in \mathbb{R}$ on a la dichotomie suivante: le cocycle $(a, R_\lambda A)$ est soit réductible, soit non-uniformément hyperbolique (en particulier d'exposant de Lyapunov positif).*

Ce résultat s'étend au cas de cocycles de Schrödinger (le paramètre λ est alors l'énergie) ce qui nous a permis de terminer la preuve de la *conjecture d'Aubry-André* (le cas qui manquait était celui où cette fréquence était un nombre de type constant) :

Théorème 4 ([12]) *Pour toute fréquence irrationnelle, le spectre de l'opérateur presque Mathieu ³ au couplage critique est de mesure de Lebesgue nulle, et donc purement singulier.*

¹Les cocycles considérés sont analytiques et le groupe G est compact semi-simple.

²Une condition de mesure de Lebesgue totale.

³C'est l'opérateur de Schrödinger sur \mathbb{Z} , $(u_n)_{n \in \mathbb{Z}} \mapsto (u_{n+1} + u_{n-1} + \lambda \cos(2\pi(x + na))u_n)_{n \in \mathbb{Z}}$. La fréquence est a et le couplage est λ ; il est critique quand $\lambda = 1$.

La condition arithmétique sur a qui intervient dans le Théorème 3 (qui est peu contraignante) peut encore être affaiblie quand le cocycle que l'on considère n'est pas homotope à l'identité, plus précisément quand il vérifie une certaine hypothèse de *monotonie*. Nous avons ainsi démontré avec A. Avila [4] que dans ce cadre, pour tout a irrationnel, la dichotomie du résultat de [12] est en fait complète (pas seulement presque sûre) à condition de remplacer "réductible" par "rotations-réductible" c'est-à-dire "conjugué à des cocycles à valeurs dans $SO(2, \mathbb{R})$ ". Ces cocycles monotones ont par ailleurs des propriétés surprenantes :

Théorème 5 ([4]) *Pour tout a irrationnel l'exposant de Lyapunov d'une famille à un paramètre de cocycles monotones dépend du paramètre de façon aussi régulière que la famille de cocycles elle-même.*

Ce type de propriétés n'est en général pas vraie pour des cocycles non-monotones (par exemple des cocycles de Schrödinger). De façon générale le concept de rotations-réductibilité s'avère intéressant toutes les fois que l'on veut s'affranchir de la condition diophantienne sur la fréquence a . Nous démontrons ainsi ([8] et [7]) que

Théorème 6 ([8], [7]) *Pour tout a irrationnel, un cocycle (a, A) avec A suffisamment petit, est rotations-réductible pourvu que son nombre de rotation fibré soit diophantien par rapport à a .*

En particulier, si l'on dispose d'un bon paramètre, cette rotations-réductibilité a lieu pour un ensemble de mesure positive de ce paramètre. Les techniques développées dans [8] et [7] (notamment la "cheap trick") ont d'autres applications. Elles permettent ainsi de donner des exemples nouveaux ([1]) d'opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques dont le spectre possède simultanément une composante absolument continue et une composante purement ponctuelle (non-triviales). Elles permettent également d'affaiblir considérablement les conditions diophantiennes nécessaires à l'obtention de résultats de réductibilité pour des cocycles non-linéaires (champs de vecteurs sur le cercle forcés périodiquement) ; cf. [3].

3.1.2. Systèmes hamiltoniens. –

Tores KAM sans torsion. La théorie KAM a initialement été conçue pour démontrer l'existence de tores invariants lagrangiens pour des systèmes hamiltoniens (flots ou difféomorphismes) proches d'une situation intégrable (ou de façon équivalente au voisinage de points fixes elliptiques). Le théorème de Moser permet ainsi de démontrer qu'un point fixe elliptique (irrationnel) d'un difféomorphisme du plan, lisse, préservant l'aire et vérifiant une hypothèse de torsion (twist) est accumulé par un ensemble de mesure de Lebesgue positive de cercles invariants. Michel Herman a découvert que si l'on suppose que le point fixe elliptique est *diophantien* le théorème de Moser reste vrai *sans hypothèse de torsion* (nous avons rédigé avec Bassam Fayad dans [9] la preuve de ce théorème d'Herman). Il a également demandé (ICM 1998) si ce théorème pouvait être généralisé à la dimension supérieure dans le cas où le système hamiltonien considéré est *analytique*. Nous avons apporté avec B. Fayad et H. Eliasson ([5], [6]) une réponse positive à une version plus faible de ce problème :

Théorème 7 ([5], [6]) *Un tore KAM (i.e. invariant, lagrangien, diophantien) d'un système hamiltonien analytique est accumulé par d'autres tores KAM.*

Ce théorème ne répond pas à la question d’Herman puisqu’il ne dit pas que l’ensemble de ces tores couvre un ensemble de mesure positive. Nous démontrons par ailleurs (comme ce qu’avait anticipé M. Herman) que ce résultat est faux en classe C^∞ pour des flots hamiltoniens à au moins 4 degrés de liberté. Nous savons démontrer [??] que la question d’Herman admet une réponse positive pour les flots hamiltoniens analytiques à 3 degrés de liberté, ce qui est déjà une étape importante en vue de sa résolution. Le théorème de Moser-Herman admet un analogue dans certaines situations hyperboliques. Considérons un champ de vecteurs hamiltonien (autonome) dans le plan (donc "intégrable") possédant un point fixe hyperbolique non dégénéré et admettant une séparatrice. Nous démontrons avec A. Katok [1] que si on le perturbe périodiquement (en préservant la structure symplectique) de façon que la séparatrice du système initial soit préservée alors cette séparatrice est accumulée par (un ensemble de mesure positive) de cercles invariants. La démonstration repose sur une technique de renormalisation et l’application du théorème des courbes invariantes.

Formes normales de Birkhoff. Un système hamiltonien (resp. un difféomorphisme symplectique) de classe C^∞ qui admet un point fixe elliptique non-résonnant est toujours *formellement* conjugué à un système hamiltonien (resp. un difféomorphisme symplectique) *formel* intégrable, sa forme normale de Birkhoff (elle est unique si le difféomorphisme conjuguant formel est tangent à l’identité). Quand ce hamiltonien (resp. difféomorphisme) est réel analytique il est naturel de se demander si ces objets formels sont convergents. Siegel a démontré en 1954 que ce n’était pas le cas de la conjugaison formelle et Eliasson a demandé il y a une quarantaine d’années si la forme normale de Birkhoff elle-même (qui est un invariant de conjugaison) pouvait être divergente. Perez-Marco en 2001 a démontré que, si l’on fixe la partie quadratique du hamiltonien, on avait la dichotomie suivante : soit pour tout hamiltonien analytique la forme normale de Birkhoff converge, soit elle diverge génériquement⁴. En particulier, pour répondre positivement à la question d’Eliasson, il suffit de trouver un exemple de hamiltonien (ou de difféomorphisme symplectique) avec une forme normale de Birkhoff divergente. Gong a démontré en 2012 que la forme normale de Birkhoff pouvait diverger pour certains vecteurs de fréquence à l’origine (de type Liouville). J’ai récemment démontré (dans le cadre des difféomorphismes symplectiques⁵) que cette divergence a en fait lieu pour tout vecteur de fréquences non-résonnant. Un des points importants de la preuve est que la convergence de l’objet *formel* qu’est la forme normale de Birkhoff a des conséquences *dynamiques*. Ainsi, pour un difféomorphisme symplectique *twist* réel analytique de $(\mathbb{R}^2, 0)$ admettant un point fixe non résonnant on a le résultat suivant :

Théorème 8 *Si la forme normale de Birkhoff d’un tel difféomorphisme converge, la mesure du complémentaire de l’union des cercles invariants dans un voisinage de l’origine est bien plus petite que ce qu’elle est pour un difféomorphisme symplectique “prévalent”.*

Un corollaire immédiat de ce théorème est le suivant :

Théorème 9 *Pour tout $d \geq 1$ et tout $\omega \in \mathbb{R}^d$ non résonnant, l’ensemble des difféomorphismes symplectiques réel-analytiques de $(\mathbb{R}^d, 0)$ admettant ω comme vecteur de fréquences à l’origine et ayant une forme normale de Birkhoff divergente est prévalent.*

⁴Ce théorème admet un analogue dans le cadre des difféomorphismes symplectiques.

⁵La preuve se transpose au cas hamiltonien.

3.1.3. *Compositions aléatoires de difféomorphismes.* – Nous démontrons avec D. Dolgopyat [11] que si l'on compose de façon aléatoire des difféomorphismes de la sphère (disons deux difféomorphismes sur une sphère de dimension 2) qui préservent l'aire et qui sont suffisamment proches de rotations (rigides) alors on a la dichotomie suivante :

Théorème 10 ([11]) *Soit l'exposant de Lyapunov de ce processus est strictement positif, soit il existe un difféomorphisme de la sphère qui conjugue la paire de difféomorphismes à une paire de rotations (rigides).*

La démonstration couple, au cours d'un procédé itératif, des techniques d'opérateurs de transfert et la théorie KAM. Mon étudiant Dominique Malicet a obtenu par ces techniques de très jolis résultats sur la composition aléatoire de difféomorphismes du cercle et du tore et Zhiyuan Zhang (un élève d'A. Avila) a récemment généralisé notre théorème avec D. Dolgopyat.

3.1.4. *Presque réductibilité.* – Nous dirons qu'un système dynamique (cocycle, difféomorphisme du cercle, du disque) est *presque réductible* s'il est possible de trouver une suite de transformations (dont la taille en général explose) qui conjuguent le système dynamique initial arbitrairement proche d'un système dynamique modèle (cocycle constant, translation sur le cercle, rotation du disque). La notion de presque réductibilité est très utile car elle permet de s'affranchir des conditions arithmétiques (conditions diophantiennes) que l'on impose habituellement dans ce type de problème. Dans le cas des cocycles quasi-périodiques c'est une notion qui s'est avérée cruciale dans l'étude des opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques comme l'illustrent les travaux d'A. Avila et de ses co-auteurs. Il est par exemple possible de démontrer qu'un cocycle quasi-périodique analytique à une fréquence qui est sous-critique (c'est-à-dire *grosso modo* qu'il n'est pas non-uniformément hyperbolique) est toujours presque réductible. Un point intéressant est que l'hypothèse de régularité analytique est indispensable pour obtenir un tel énoncé. En effet, en utilisant des techniques de renormalisation, nous démontrons avec A. Avila que ce résultat est faux en classe Gevrey [27].

La notion de presque réductibilité est également pertinente dans des situations non-linéaires, par exemple dans l'étude des pseudo-rotations du disque ou des difféomorphismes du cercle. Je démontre avec A. Avila ([28]) un résultat de presque-réductibilité pour des pseudo-rotations du disque (difféomorphismes du disque, fixant l'origine et le bord, préservant l'orientation et l'aire et dont le seul point périodique est l'origine) :

Théorème 11 ([28]) *Une pseudo-rotation C^∞ du disque suffisamment proche d'une rotation est presque-réductible.*

C'est une amélioration considérable par rapport à la théorie KAM classique (la proximité donnée par KAM dépend du nombre de rotation de la pseudo-rotation). Dans le cas des difféomorphismes du cercle nous parvenons à démontrer (cf. [19]) un résultat de presque réductibilité globale :

Théorème 12 ([19]) *Un C^∞ -difféomorphisme du cercle de nombre de rotation irrationnel est C^∞ -presque réductible.*

Ce théorème joint à un théorème de Yoccoz (qui dit qu'à nombre de rotation irrationnel fixé, tout difféomorphisme C^∞ du cercle est accumulé en topologie C^∞ par une suite de difféomorphismes linéarisables) peut s'interpréter de la façon suivante :

Théorème 13 ([19]) *L'action par conjugaison du groupe des C^∞ -difféomorphismes du cercle, sur l'ensemble constitué des C^∞ -difféomorphismes dont le nombre de rotation irrationnel est fixé, est minimale (c'est-à-dire toute orbite est dense)⁶.*

3.2. Encadrement doctoral et scientifique (détail en annexe)

- *Direction de thèses :*
 - 2007-12, Dominique Malicet “Exposants de Lyapunov de systèmes dynamiques aléatoires sur le tore” (soutenue à l’UPMC le 15 juin 2012).
 - 2008-13, Nikolaos Karaliolios “Aspects globaux de la réductibilité des co-cycles quasi-périodiques à valeurs dans des groupes de Lie compacts semi-simples ” (soutenue à l’UPMC le 15 janvier 2013).
 - 2011-17, Florian Metzger “Opérateurs de Schrödinger avec des potentiels quasipériodiques et aléatoires” (soutenue à l’UPMC le 08/06/2017)
 - 2013- 16, Tanguy Cabana, “Grandes déviations pour la dynamique de réseaux de neurones hétérogènes” (en co-direction avec Jonathan Touboul, soutenue au Collège de France le 14/12/2016).
 - 2017- Yi Pan (en co-direction A. Avila), “Opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques sur des bandes.”
- *Accueil post-doctorants :*
 - 2012-14** Qi Zhou, Paris 6.; maintenant professeur à l’Université de Nankai (Chine).
 - 2009-10** Jacopo de Simoi, Paris 6 ; maintenant professeur à l’Université de Toronto (Canada).

3.3. Diffusion et rayonnement

- *Expertise :*
 - Février 2016 : Comité HCERES, évaluation de l’IRMAR.
 - Décembre 2015 : Expert auprès de l’ANR.
 - 2015 : Rapporteur pour le NSERC (Canada).
 - 2011-2015 : Membre (suppléant du VP) du C.N.U. section 25.
- *Comités de sélection (récents) :* Univ. Paris 7 (2009), Paris 13 (2009), Paris 12 (2011), Nice (2012, -14, -20), Cergy-Pontoise (2018).
- *Responsabilités editoriales :*
 - 2018- : Editeur au *Journal of Dynamics and Differential Equations*
 - 2015-16 : Editeur au *Bulletin de la Société Mathématique de France* et aux *Mémoires de la Société Mathématique de France*.

⁶Le théorème de Yoccoz implique la *transitivité* de cette action : l’existence d’une orbite dense pour cette action, celle de la translation rigide.

- 2013-18 : Editeur au *Journal de l'Ecole Polytechnique*.
- 2006-15 : Directeur du comité de rédaction du *Bulletin* et des *Mémoires de la SMF*. Je suis resté éditeur au *Bulletin* et aux *Mémoires* jusqu'en 2016.
- 2006- : Editeur au *Journal of Modern dynamics*.
- Jurys de thèses et de HDR (sélection depuis 2010) :
 - 08/02/2021, HDR d'Abed Bounemoura, "Some contributions to KAM theory", Université Paris Dauphine, PSL.
 - 08/07/2020, Thèse de Frank Trujillo (dir. H. Eliasson, B. Fayad), "Exotic and Tame Behaviour in Quasi-Periodic Dynamics" (Paris 7).
 - 29/09/2017, Zhiyuan Zhang, "On some questions in surface dynamics, partially hyperbolic systems and reducibility" (Paris 7).
 - 04/04/2017, Martin Leguil (dir. A. Avila, J. Déserti), "Dynamique de cocycles et problèmes d'ergodicité" (Paris 7, Rapporteur)
 - 11/10/2016, Disheng Xu (dir. A. Avila), "Lyapunov exponents and rigidity", (Président du Jury)
 - 07/12/2016, Thèse d'Olga Romaskevich (dir. E. Ghys), ENS Lyon, "Dynamique des systèmes physiques, formes normales et chaînes de Markov".
 - 28/05/2015, Thèse de Sebastian Donoso (dir. B. Host, A. Maas), "Contributions to ergodic theory and topological dynamics: cube structures and automorphisms" (Président du jury).
 - 11/12/2014, Thèse de Sandrine Daurat (dir. R. Dujardin, C. Favre) "Propriétés géométriques et ergodiques des ensembles attractifs pour les endomorphismes holomorphes de $P_k(C)$ "
 - 18/11/2014, HDR, Julie Déserti, "Transformations birationnelles du plan et de l'espace".
 - 18/03/2014, Thèse de Pablo Lessa (dir. F. Ledrappier et M. Martinez), "Brownian motion on stationary random manifolds".
 - 6/12/2013, Thèse de Julien Aurouet (dir. L. Stolovitch), "Normalisation de champs de vecteurs holomorphes et équations différentielles implicites" (rapporteur)
 - 09/12/2010, HDR de Jacques Féjoz, Orbites périodiques et quasi-périodiques dans le problème des n corps.
 - Juin 2010, PhD de Marco Discendenti (dir. C. Liverani) "Secondary elliptic islands in a dynamical system close to hyperbolic" (rapporteur)
 - 11/02/2010, Thèse de Claire Chavaudret (dir. H. Eliasson), "Réductibilité des cocycles quasi-périodiques".
- *Organisation colloques, conférences, journées d'étude*
 - Septembre 2018 : Organisation et direction scientifique d'une conférence internationale à Nanjing sur les opérateurs de Schrödinger et les systèmes dynamiques quasi-périodiques.

- Mai 2018 : Organisation d’une conférence internationale au Centre d’Etudes Scientifiques de Cargèse sur les systèmes quasi-périodiques et les EDP hamiltoniennes dans le cadre de l’ANR BEKAM.
 - Membre du comité d’organisation des Journées de dynamique P6/P7 (2014-).
 - Du 25/01 au 05/02 2010 j’ai organisé avec Bassam Fayad, une “School on periodic approximations on dynamics” à la Scuola Normale Superiore di Pisa
 - Membre du comité d’organisation de la conférence : International Conference in Dynamical systems in honor of Anatole Katok’s for his 65th birthday, 23-25 novembre 2009.
 - Membre du comité d’organisation de la conférence : International Conference in Ergodic Theory (à l’occasion du 65 ième anniversaire de Jean-Paul Thouvenot), 11-15 mai 2009
- *Réseaux de recherche :*
 - 2015-19 : Coordinateur projet ANR BEKAM. Prolongé jusqu’en sept. 2021.
 - 2011-15 : Membre projet ANR GeoDyM
 - 2010 -14 : Membre projet ANR DynEdp.
 - 2009-13 : Membre projet ANR DynNonHyp.
- Invitations dans des universités étrangères (depuis 2010)
 - Février-mai 2019, 3 mois à l’ETH Zürich dans le cadre d’un Nachdiplom (cours donné sur la théorie des opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques).
 - Octobre-novembre 2018, 6 semaines à l’université de Zürich.
 - Février 2017, dix jours IMPA, Rio
 - Novembre 2016, 1semaine, univ. Tsinghua, Pékin.
 - Février 2016 : PIMS Distinguished lectures, Edmonton, Univ. of Alberta.
 - Avril 2015, 1 mois à l’Université de Penn State (State College, USA).
 - Août 2011, une semaine, Université de Nankin.
 - Avril 2011, deux semaines au K.T.H. (Stockholm).
 - Mai 2010: Invitation à l’institut Mittag-Leffler (6 semaines).
- Invitations (sélection depuis 2010) dans des conférences internationales, colloques ou séminaires.
 - 11-16 juillet, Oberwolfach, Workshop on Dynamical Systems.
 - 3 juin, CYU Guest Lectures.
 - 28 mai, Séminaire de dynamique (Paris).
 - 10 mars, Conférence Zoom, Simons Center.
 - 11, 13, 18, 20 novembre 2020, Dynamics and Renormalization Zoom Seminar, Simons Center.

- 3 novembre 2020, Penn State Zoom seminar.
- 7 juillet 2020, workshop "New Trends in Lyapunov Exponents" (initialement prévu à Lisbon ; puis conférence virtuelle sur un jour).
- 22 mai 2020, un exposé virtuel au séminaire "Dynamics and Renormalization", Simons Center.
- 6 février 2020, Colloquium université de Bordeaux.
- 4-7 novembre 2019, conférence donnée au Fields Medal Symposium (en l'honneur d'Artur Avila).
- 26-29 septembre 2019, un exposé au "Workshop on dynamical systems and related topics" à Penn State.
- 16-20 septembre, un exposé donné à la conférence "Dynamics, Equations and Applications" à Cracovie (100 ans de l'université de sciences et technologie).
- 12-16 août 2019, conférence "2020 Vision for Dynamics" à Bedlewo (Pologne).
- Juillet 2019, Oberwolfach.
- 4-7 octobre 2018, Penn State, Conférence à la mémoire d'Anatole Katok.
- Septembre 2018, Nanjing, Conférences sur les opérateurs de Schrödinger et les systèmes dynamiques quasi-périodiques.
- Août 2018, ICM Rio 2018 (conférencier invité).
- Mai 2018, Institut d'Etudes Scientifiques de Cargèse, Conférence internationale ANR BEKAM sur les systèmes dynamiques quasi-périodiques et les EDP hamiltoniennes, 1 semaine.
- Juillet 2017, Oberwolfach.
- Février 2017, Florence, Conférence en l'honneur des 70 ans de Russell Johnson.
- Juin 2016, Simons Center, une semaine.
- Mars 2016, Luminy, J. Hale conference, une semaine.
- 12 février 2016, PIMS-AMI Distinguished lecture, Edmonton.
- Janvier 2016, Indo-French Conference, Chennai, India.
- Juillet 2015, Oberwolfach, une semaine.
- Avril 2015, Université de Maryland, une semaine.
- Août 2014 Banff, International Conference on Dynamical Systems for Anatole Katok's 70th birthday,
- Mai 2014, Torun, International conference in Dynamical Systems
- Août 2013, Mathematics in Armenia, 2nd International conference in Mathematics
- Juillet 2013, Oberwolfach, Direct and Inverse Spectral Theory of Almost Periodic Operators
- Mai 2013, Chili, Nonpositive curvature, isometric actions, and dynamics of cocycles.

- Avril 2012, EPSRC Symposium Workshop, Univ. Warwick
- Octobre 2011, 3rd Michael Brin Prize in Dynamical Systems, PennState
- Mars 2010, Conference in Buzios for Jacob Palis 70th birthday.

3.4. Responsabilités scientifiques

- 2015-19 : Coordinateur projet ANR BEKAM (Beyond KAM Theory), 305 000 euros, 15 personnes.
- 2009-2015 : Responsable de l'équipe de Théorie ergodique et systèmes dynamiques du LPMA (UPMC)

4. Responsabilités Collectives :

4.1. Présentation générale des responsabilités

J'ai été membre du conseil de l'UFR de Mathématiques de l'UPMC de 2008 à 2007 et membre de la commission des thèses de 2008 à 2015. A partir de 2009 j'ai été responsable de l'équipe de théorie ergodique du LPMA à l'UPMC. De 2006 à 2015 j'ai été directeur du comité de rédaction du *Bulletin* et des *Mémoires de la SMF*.

4.2. Responsabilités et mandats locaux ou régionaux :

- 2008-15 : Membre de la commission des thèses de l'UPMC.
- 2003-07 : Membre du Conseil de l'UFR de Mathématiques à l'UPMC

4.3. Responsabilités et mandats (internationaux, nationaux) :

- Participations à des instances nationales - CNU, CNRS...-, conseils des EPCS, jurys de concours.
 - Février 2016 : Comité HCERES, évaluation de l'IRMAR.
 - Décembre 2015, Expert auprès de l'ANR.
 - 2013- : Examineur du concours de l'Ecole Polytechnique (MP).
 - 2011-2015 : Membre (suppléant) du C.N.U. section 25.

Annexes

5. Liste classée des publications

- *Articles parus ou à paraître dans des revues internationales à comité de lecture*

(1) A. Katok, **R. Krikorian**, On the accumulation of separatrices by invariant circles. A paraître dans *Ergodic Theory and Dyn. Syst.* (Volume à la mémoire d'A. Katok.)

<https://rkrikorian.perso.math.cnrs.fr/Preprints.html>

- (2) K. Bjerklöv, **R. Krikorian**, Coexistence of ac and pp spectrum for kicked quasi-periodic cocycles. A paraître au *Journ. Spectral Theory*.
<https://www.ems-ph.org/journals/forthcoming.php?jrn=jst>
- (3) **R. Krikorian**, J. Wang, J. You, Q. Zhou, Linearization of quasiperiodically forced circle flow beyond Brjuno condition. *Comm. Math. Phys.* **358** (2018), no. 1, 81-100.
- (4) A. Avila, **R. Krikorian**, Monotonic cocycles. *Inventiones Math.*, **202** (2015), no 1, 271-331.
- (5) L.H. Eliasson, B. Fayad, **R. Krikorian**. Around the stability of KAM tori. *Duke Math. Journ.*, **164** (2015), no 9, 1733-1775.
- (6) L.H. Eliasson, B. Fayad, **R. Krikorian**, KAM-tori near an analytic elliptic fixed point, *Regular and Chaotic Dynamics*, **18** no. 6, pp. 806-836 (2013)
- (7) A. Avila, B. Fayad, **R. Krikorian**, A KAM scheme for $SL(2, \mathbb{R})$ cocycles with Liouvillean frequencies, *Geom. and Funct. Anal.*, **21**, pp. 1001-1019 (2011)
- (8) B. Fayad, **R. Krikorian**, Rigidity results for quasi-periodic $SL(2, \mathbb{R})$ cocycles. *J. Mod. Dyn.* **3**, no 4, pp. 497-510 (2009)
- (9) B. Fayad, **R. Krikorian**, Herman's last geometric theorem, *Annales de l'Ecole Normale Supérieure* (4) **42**, no 2, pp. 193-219 (2009)
- (10) B. Fayad, **R. Krikorian**, Exponential growth of product of matrices in $SL(2, \mathbb{R})$, *Nonlinearity* **21** pp. 319-323 (2008)
- (11) D. Dolgopyat **R. Krikorian**, On simultaneous linearization of diffeomorphisms of the sphere, *Duke Math. Jour.*, **136**, no. 3, 475–505, (2007).
- (12) A. Avila, **R. Krikorian**, Reducibility or non-uniform hyperbolicity for quasi-periodic Schrödinger cocycles, *Annals of Mathematics* (2) **164**, no. 3, 911–940, (2006).
- (13) **R. Krikorian**, Déviations de moyennes ergodiques, flots de Teichmüller et cocycle de Kontsevich-Zorich (d'après Forni, Kontsevich, Zorich), Séminaire Bourbaki. Vol. 2003/2004. *Astérisque* **299** (2005), Exp. No. 927, vii, 59–93.
- (14) **R. Krikorian**, Global density of reducible quasi-periodic cocycles on $\mathbb{T}^1 \times SU(2)$,– *Annals of Mathematics* **154**, 269-326, (2001).
- (15) **R. Krikorian**, Réductibilité des systèmes produits-croisés à valeurs dans des groupes compacts– *Astérisque* **259**, 1-216, (1999).

(16) **R. Krikorian**, Réductibilité presque partout des flots fibrés quasi-périodiques à valeurs dans des groupes compacts, *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, **32**, 187-240, (1999)

(17) **R. Krikorian**, C^0 -densité globale des systèmes produits-croisés réductibles sur le cercle, *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, **19**, 61-100, (1999).

(18) **R. Krikorian**, Réductibilité presque partout des systèmes quasi-périodiques analytiques dans le cas $SO(3)$, *C. R. Acad. Sci., Paris, Ser. I* 321, No.8, 1039-1044, (1995).

(19) **R. Krikorian**, Necessary conditions for a holomorphic dynamical system to admit the origin as a local attractor, *Syst. Control Lett.* **20**, No.4, 315-318, (1993).

– *Articles parus dans des revues nationales à comité de lecture*

(K20) H. Eliasson, B. Fayad, **R. Krikorian**, Jean-Christophe Yoccoz and the theory of circle diffeomorphisms. *Gaz. Math.*, special issue, April 2018.
<https://arxiv.org/abs/1810.07107>

(21) P. Hubert, **R. Krikorian**. Artur Avila, Un génie carioca à Paris. *Gaz. Math.* **142**, 55-69 (2014).

(22) **R. Krikorian**, Artur Avila reçoit le prix de la Société Européenne de Mathématiques pour ses travaux en systèmes dynamiques. (French) *Gaz. Math.* **119** (2009), 69–72

– *Actes publiés dans des conférences internationales, congrès et colloques...*

(23) B. Fayad, **R. Krikorian**, Some questions around quasi-periodic dynamics, Proceedings of the International Congress of Mathematicians– Rio de Janeiro 2018. Vol. III. Invited lectures, 1909–1932, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2018.
<https://arxiv.org/pdf/1809.10375.pdf>

– *Articles soumis*

(24) **R. Krikorian**, On the divergence of Birkhoff Normal Forms. 134 pp.
<https://arxiv.org/pdf/1906.01096.pdf>

– *Prépublications*

(25) A. Avila, **R. Krikorian**, Almost reducibility of smooth diffeomorphisms of the circle, preprint.

(26) **R. Krikorian**, Reducibility, differentiable rigidity and Lyapounov exponents for quasi-periodic cocycles on $\mathbb{T} \times SL(2, \mathbb{R})$, (2002), 80p.
<https://arxiv.org/abs/math/0402333>

– *Articles en préparation*

(27) A. Avila, **R. Krikorian**, Some remarks on local and semi-local results for Schrödinger cocycles.

(28) A. Avila, **R. Krikorian**, On the almost-reducibility of pseudo-rotations of the disk.

Direction de thèses :

- Nombre de thèses soutenues et nombre de thèses en cours : 4 thèses soutenues, 1 thèse en cours.
- Liste des thèses soutenues :
 - 2007-12, Dominique Malicet “Exposants de Lyapunov de systèmes dynamiques aléatoires sur le tore” (soutenue à l’UPMC le 15 juin 2012).
 - 2008-13, Nikolaos Karaliolios “Aspects globaux de la réductibilité des cocycles quasi-périodiques à valeurs dans des groupes de Lie compacts semi-simples ” (soutenue à l’UPMC le 15 janvier 2013).
 - 2011-17, Florian Metzger “Exposants de Lyapunov d’opérateurs de Schrödinger ergodiques” (soutenue le 08/06/2017).
 - 2013-16 Tanguy Cabana “Grandes déviations pour la dynamiques de réseaux de neurones hétérogènes” (en co-direction avec Jonathan Touboul, soutenue le 14/12/2016).
- Liste des thèses en cours :
 - 2017- Yi Pan (en co-direction A. Avila), “Opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques sur des bandes.”
- Devenir des docteurs :
 - Dominique Malicet est Maître de conférence à l’Université de Marne la Vallée.
 - Nikolaos Karaliolios est Ingénieur de Recherche au CEA-List-LVA.
 - Tanguy Cabana, Chercheur à l’IHEIE, Ecole des Mines de Paris.
 - Florian Metzger, professeur en classes préparatoires au lycée Jean Perrin (Marseille).